

Cognitieve psychologie en wiskundeonderwijs: Een discussiebijdrage met methodologische en theoretische commentaren

I. Imbo en A. Vandierendonck

Samenvatting

Er worden in dit themanummer vier studies voorgesteld in het veld van de psychologie van wiskundeleren en -onderwijzen. In onze discussiebijdrage geven wij een kritische reflectie op de experimenten die in elke bijdrage worden besproken. We becommentariëren ze eerst vanuit een methodologisch oogpunt, waarbij we experimenteel en quasi-experimenteel onderzoek met elkaar vergelijken. Daarna becommentariëren we de studies vanuit een cognitiefpsychologisch oogpunt, waarbij we onder andere verder ingaan op het belang van executieve functies. We gaan na waarom men rekenfouten maakt en wat hieraan te doen is. We geven ideeën voor verder onderzoek en sluiten onze bijdrage af met enkele implicaties voor de praktijk van het wiskundeonderwijs.

1 Inleiding

De artikelen die in dit themanummer voorgesteld worden, hebben vanuit verschillende cognitieve theorieën een concreet onderzoek uitgewerkt in het veld van het wiskundig denken en leren. Onze discussiebijdrage is niet bedoeld als een bespreking van deze – stuk voor stuk goede – artikelen, maar wel als kritische reflectie erop. Meebepaald proberen wij de hier gepresenteerde studies te becommentariëren vanuit twee oogpunten.

We beginnen met toelichtingen vanuit een methodologisch oogpunt. In een methodologisch correct opgezet experiment zijn verschillende factoren cruciaal, zoals a) een valide operationalisering en manipulatie van de onafhankelijke variabelen, b) een gecontroleerd proefopzet, c) een betrouwbare observatie van de afhankelijke variabelen, en d) een gedegen statistische analyse van de bekomen data. Zoals uit onze bespreking zal blijken, waren de meeste proefopzetten van de

hier besproken studies heel degelijk. We bespreken min- en pluspunten en geven aanwijzingen voor verder onderzoek.

Ten tweede becommentariëren we de artikelen vanuit een cognitiefpsychologisch oogpunt. Theorieën en modellen staan hier centraal. Een goede theorie moet niet enkel de geobserveerde gedragingen kunnen verklaren – ze moet ook in staat zijn om voorspellingen te maken die dan in toekomstig onderzoek getoetst kunnen worden. Voor ons sprong vooral één model heel sterk in het oog (het werkgeheugenmodel), dat we dan ook uitgebreid bespreken. Daarnaast bespreken we ook nog twee andere theorieën (het *triple code*-model en een strategiekeuzemodel).

2 Methodologische commentaren

Waarom kiezen we soms een verkeerde rekenstrategie? Waarom maken we rekenfouten? Er zijn verschillende manieren om deze vragen op te lossen. De experimentele methode is echter de enige methode die uitsluitend kan geven over de werkelijke oorzaak. Andere methoden die ook vaak gebruikt worden (bijv. correlationeel onderzoek) kunnen wel aangeven of twee zaken verband houden met elkaar (bijv. werkgeheugencapaciteit en rekenvaardigheid), maar geven geen bewijs voor causaliteit of oorzakelijkheid. Als experimenteel psychologen waren wij zeer aangenaam verrast door de gedreven experimentele benadering in de studies van dit themanummer. Er is evenwel nog enige variatie, die wij hierna verder uitpluizen en becommentariëren.

2.1 Experimenteel onderzoek

Gillard, Van Dooren, Schaeken en Verschaffel, en Luwel, Torbeys, Schillemans en Verschaffel hadden de meest ‘pure’ experimentele opzetten, meer bepaald in laboratoriumsettings. In de studie van Gillard e.a. moesten de participanten vraagstukken op-

lossen, met een korte versus lange oplosstijd in Experiment 1 en met en zonder werkgeheugenlading in Experiment 2. In de studie van Luwel e.a. werd nagegaan welke strategieën men kiest nadat een bepaalde strategie (optellen of aftrekken) geprimeerd was. Het is waarschijnlijk niet toevallig dat in deze studies volwassenen werden getest. Het betrekken van kinderen in een studie met een puur experimenteel opzet is zeker geen sinecure – en vraagt een grote inzet van zowel de proefleider (motiveren) als van de kinderen (aandachtig blijven). Kinderen zijn nochtans dé doelgroep waarop de besluiten uit alle huidige artikelen betrekking hebben. Uiteraard kunnen uit de studies met volwassenen hypothesen ontstaan voor verder onderzoek met kinderen. Luwel e.a. stellen zelfs expliciet de vraag “of het primingseffect ook optreedt bij kinderen”, waarna ze dieper ingaan op deze hypothese. Het lijkt echter geen twijfel dat de effecten die geobserveerd worden bij volwassenen niet zomaar gegeneraliseerd kunnen worden naar kinderen. Ontwikkelingsgericht onderzoek is in de toekomst dus onontbeerlijk.

Van Lieshout en Berends combineerden een experimentele onderzoeksopzet met de bewuste doelgroep (kinderen). Meer bepaald onderzochten zij het effect van illustraties op de rekenprestatie van kinderen. Ze kozen echter niet voor een laboratoriumsetting; de afnames vonden plaats op school. Deze methodiek toont duidelijk aan dat het ‘beste van twee werelden’ wel degelijk kan gecombineerd worden.

De afhankelijke variabelen in de puur experimentele studies waren accuratesse (soms gecombineerd met type fout), snelheid, en strategiekeuze. Wij vinden het positief dat niet enkel kwantitatieve maten (snelheid en accuratesse) in oogschouw genomen worden, maar ook meer kwalitatieve maten zoals het type fout en de strategiekeuze. In de wiskundededidactiek is het immers niet enkel van belang te weten *wat* het kind precies doet; de vragen naar het *hoe* en het *waarom* zijn minstens even belangrijk. In dat opzicht kan fundamenteel psychologisch onderzoek, dat zich maar al te vaak toespitst op kwantitatieve maten, nog iets leren van het toegepaste en praktijkgerichte onderzoek dat hier wordt voorgesteld.

2.2 Quasi-experimenteel onderzoek

Kroesbergen, Van der Ven, Kolkman, Van Luit en Leseman kozen bewust voor een quasi-experimenteel design. Bij een groep kinderen werden verschillende executieve functies gemeten. Daarna werd nagegaan welke van deze functies het best de rekenvaardigheid konden voorspellen (getalbegrip in Experiment 1 en dubbelen in Experiment 2). In het eerste experiment namen alle kinderen ook deel aan een trainingssessie van 30 minuten. Aangezien er geen controlegroep was (een groep kinderen die *niet* deelnam aan de training), kunnen de verschillen tussen de voor- en de nameting niet eenduidig aan de training worden toegeschreven. Het is organisatorisch gezien niet altijd eenvoudig en ethisch gezien niet altijd verantwoord om een groep kinderen training te ontzeggen. Een andere mogelijkheid om het opzet beter te controleren, evenwel zonder kinderen training te ontzeggen, is het opdelen van de kinderen in twee groepen, waarbij de ene groep getraind wordt *voor* de rekenvaardigheidstest en de andere groep getraind wordt *na* de rekenvaardigheidstest. Er dient natuurlijk ook vermeld te worden dat de minder streng gecontroleerde settings in quasi-experimenteel onderzoek praktische voordelen kunnen bieden, zowel voor de proefleider (een onderwijssetting vergroot de externe validiteit) als voor de kinderen (een meer vertrouwde omgeving).

De afhankelijke variabelen in deze quasi-experimentele studie waren accuratesse en snelheid. Dit is enigszins verwonderlijk, aangezien het ook hier zeker mogelijk was om ook vanuit kwalitatief oogpunt dieper te graven. Het zou bijvoorbeeld erg interessant zijn om het type fout te analyseren, of om te vragen welke strategieën de kinderen gebruiken bij de verschillende taken die het getalbegrip meten. Misschien gebruiken ze na de training wel een andere (meer ‘gedistingeerde’ strategie) zonder evenwel sneller of accurater te worden.

2.3 Besluit

Bovenstaand overzicht toont duidelijk aan dat er enige variatie zit op de mate waarin de verschillende onderzoeken voldoen aan een gecontroleerd experimenteel design. Omdat causale verbanden enkel via experimenteel

onderzoek aan te tonen zijn, pleiten wij voor een frequent gebruik van experimentele proefopzetten – ook in wiskundigdidactisch onderzoek. Nog optimaler is uiteraard de combinatie van de experimentele methode met de gewenste doelgroep (hier kinderen). Quasi-experimentele methoden zijn uiteraard ook belangrijk, enerzijds als een beginpunt van waaruit verder experimenteel onderzoek kan ontspruiten; anderzijds om hypothesen die in eerder experimenteel onderzoek bij volwassenen bevestigd werden te gaan testen bij kinderen. Het bestuderen van wiskundigdidactische onderzoeksvragen aan de hand van de experimentele methode is dus een uitdaging voor de toekomst. Op basis van de studies die in dit themanummer gepresenteerd worden, besluiten wij dat deze toekomst er veelbelovend uitziet.

3 Theoretische commentaren

Zowel kinderen als volwassenen maken rekenfouten. In het kader van de wiskundedidactiek is het belangrijk te weten waarom men fouten maakt, en vooral hoe dit te voorkomen is. In wat volgt, sommen we de verschillende oorzaken van fouten op zoals ze naar voor komen in de verschillende artikelen in dit themanummer. Het zal blijken dat de meeste oorzaken onder één noemer te brengen zijn: het falen van de executieve controlemechanismen van het werkgeheugen. Deze controlemechanismen maken deel uit van het werkgeheugenmodel van Baddeley en Hitch (Baddeley, 2000, 2002; Baddeley & Hitch, 1974), en kunnen verder opgesplitst worden in verscheidene executieve functies, zoals *shifting*, *updating*, en *inhibitie* (Miyake, Friedman, Emerson, Witzki, & Howerter, 2000). Deze functies zijn verschillend van elkaar, maar ze delen ook allemaal een gemeenschappelijke, executieve component. Vanuit deze (theoretische) kennis wordt opnieuw de koppeling gemaakt naar de praktijk en geven we enkele concrete voorstellen voor verder onderzoek. Naast het werkgeheugenmodel bespreken we ook de theoretische relevantie van het *triple code*-model van Dehaene (Dehaene, 1992, Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003) en van het Strategy

Choice And Discovery Simulation (SCADS)-model van Shrager en Siegler (1998).

3.1 De rol van executieve functies in rekenen

Volgens Gillard e.a. is het maken van fouten niet altijd het gevolg van een gebrek aan kennis of vaardigheden. In hun onderzoek tonen ze overtuigend aan dat mensen fouten maken omdat ze te vaak steunen op heuristische processen, zelfs voor die rekenproblemen waar een analytisch proces nodig is. Aangezien heuristische processen minder executieve werkgeheugencapaciteit vereisen, is de *default*-keuze voor heuristische processen niet altijd negatief. We moeten immers altijd zinnig omspringen met de beperkte executieve controlecapaciteit die we tot onze beschikking hebben. De keuze voor heuristische processen draait pas negatief uit als we eigenlijk een analytisch proces hadden moeten gebruiken. De auteurs suggereren dat we in dergelijke gevallen falen in de *inhibitie* van het heuristisch antwoord, maar hebben deze hypothese nog niet expliciet onderzocht. *Inhibitie* is een executieve functie die de laatste tijd veel aandacht geniet. Zoals verder zal blijken, schuiven ook andere studies in dit themanummer deze werkgeheugenfunctie naar voor.

Luwel e.a. gaan niet specifiek in op accuratesse, maar we kunnen uit hun resultaten wel afleiden dat het maken van een verkeerde strategiekeuze tot meer fouten zal leiden. Zoals ze zelf aangeven, kunnen niet-adaptieve strategiekeuzes het gevolg zijn van primingseffecten. Het verminderen van fouten is dus gekoppeld aan het kunnen weerstaan aan primingseffecten. Alhoewel de auteurs het niet expliciet aangeven, is het goed mogelijk dat het werkgeheugen hierbij een grote rol zal spelen. Het *inhiberen* van foutieve primingseffecten en het *updaten* van strategiekeuzes tussen oefeningen zijn instanties van executieve functies.

De rol van het werkgeheugen komt wél expliciet naar voor in de studie van van Lieshout en Berends. Zij observeerden dat illustraties bij rekenvraagstukken een nadelig effect op de prestaties kunnen hebben. Als mogelijke oorzaak werd een beperkte werkgeheugencapaciteit aangehaald, die zich dan vooral zou uiten bij verdeelde aandacht (als

er verschillende informatiebronnen zijn) en redundantie (als er overbodige informatiebronnen zijn). Deze twee processen verhogen de irrelevante cognitieve belasting en veroorzaken bijgevolg een onnodige en te grote belasting van het werkgeheugen. Het lijkt dus belangrijk om irrelevante informatiebronnen te kunnen inhiberen en te kunnen overschakelen tussen verschillende aandachtsbronnen (*shifting*) – beide niet toevallig executieve functies.

Ook het onderzoek van Kroesbergen e.a. is specifiek toegespitst op executieve functies. Deze onderzoekers testten de rol van inhibitie, *shifting*, en *updating* in de ontwikkeling van rekenvaardigheid. Uit de resultaten bleek dat *updating* de belangrijkste voorspeller was van rekenvaardigheid. Hun werkwijze (i.c., het testen van verschillende executieve functies) is interessant en kan een meerwaarde betekenen voor veel ander onderzoek – ook voor de meeste artikelen gepresenteerd in dit themanummer.

Zoals hoger aangehaald veronderstellen Gillard e.a. bijvoorbeeld dat het falen van analytische processen te wijten is aan het niet kunnen inhiberen van heuristische processen. Het zou interessant zijn om de rol van inhibitie in redeneren effectief te gaan toetsen. Hiervoor is niet enkel de correlatieve methode (gebruikt door Kroesbergen e.a.) geschikt; het is ook mogelijk – en zelfs nog beter – om de executieve functies zelf te gaan manipuleren in een dubbeltaakstudie. In zo'n studie voeren de participanten de primaire taak (rekenen) niet enkel uit in een controleconditie (zonder secundaire taak), maar ook in een dubbeltaakconditie (met secundaire taak). Deze secundaire taak laadt idealiter op één specifieke executieve functie, bijvoorbeeld inhibitie. De vergelijking van de rekenprestatie tussen de twee condities geeft dan aan of de executieve functie in kwestie een significante rol speelt. Deze methode werd – in het domein van hoofdrekenen – reeds succesvol toegepast door Deschuyteneer en Vandierendonck (2005a, 2005b, 2006).

In het tweede experiment gerapporteerd door Gillard e.a. wordt reeds gebruik gemaakt van een dubbeltaakmethodiek, maar de gebruikte secundaire taak (de Stippentaak) doet wellicht een beroep op meerdere execu-

tieve functies, zodat niet gepreciseerd kan worden welke functie cruciaal is. Daarnaast is het volgens ons ook mogelijk dat deze taak op een niet te verwaarlozen manier laadt op de visuospatiale component van het werkgeheugen en dus niet zuiver executief is.

Naast verder onderzoek naar de rol van de verschillende executieve functies, is het ook noodzakelijk om de achterliggende theorie kritisch in vraag te blijven stellen. Zoals Kroesbergen e.a. aanhalen, zitten we met het huidige werkgeheugenmodel misschien op het verkeerde spoor en kan het nuttiger zijn om op zoek te gaan naar concrete controleprocessen in plaats van naar abstracte executieve functies. De theorie voorgesteld door Vandierendonck, Szmalec, Deschuyteneer, en Depoorter (2007) is hier zeker het vermelden waard. Volgens deze auteurs draait het bij executieve controle allemaal rond het – op een flexibele manier – bereiken van het beoogde taakdoel. Om dit taakdoel te bereiken worden de huidige situatie (bijv., de aangeboden rekenopgave) en de beoogde situatie (bijv. de correcte oplossing) voortdurend met elkaar vergeleken. Dit resulteert in een continue interactie tussen verschillende processen, zoals bijvoorbeeld tussen de representatie van het taakdoel in het werkgeheugen enerzijds en representaties van de stimulus in het langetermijngeheugen anderzijds. Uit deze interactie ontstaan conflicten, en het is dan de executieve controle die ervoor zorgt dat deze conflicten opgelost worden en ons zo telkens iets dichterbij het beoogde taakdoel brengt.

3.2 Andere theorieën

Het is duidelijk dat het werkgeheugenmodel (en meer specifiek, executieve controle) de rode draad vormt doorheen de bijdragen gepresenteerd in dit themanummer. Er zijn uiteraard ook nog andere – even relevante – theorieën, waarvan wij er hier twee bespreken. De eerste is de *triple code*-theorie van Dehaene (Dehaene, 1992, Dehaene e.a., 2003). Volgens dit model kunnen aantallen in drie codes gerepresenteerd worden: de analoge 'hoeveelheid'-code (bijv. de betekenis van het getal 5), de auditief verbale code (bijv. het horen van het woord vijf), en de visuele code (bijv. de Arabische schrijfwijze 5). De bijdrage van Kroesbergen e.a. refereert expliciet

aan deze theorie. Ontwikkeling begint bij de analoge code, bijvoorbeeld wanneer het kind weet dat vijf meer is dan vier maar minder dan zes. Wanneer de auditieve en visuele codes zich ontwikkelen, wordt de analoge code steeds nauwkeuriger.

Het interessante is dat sommige codes uit Dehaene's model kunnen vergeleken worden met het werkgeheugenmodel van Baddeley en Hitch. Zo zou de verbale code ondersteund worden door de fonologische lus en zou de analoge code ondersteund worden door het visuospatiaal schetsblad (Lee & Kang, 2002). Er is evenwel (nog) geen expliciete evidentie voor een overeenkomst tussen de executieve werkgeheugencomponent en het *triple code*-model. Er werd wel aangetoond dat een gebrekkige analoge hoeveelheid-code de oorzaak kan zijn van verschillende rekenproblemen, zoals bijvoorbeeld moeilijkheden op het niveau van getalsrepresentaties, rekenkundige bewerkingen, en strategiegebruik (De Smedt e.a., 2009). Het *triple code*-model biedt dus ook veel ideeën voor verder onderzoek. Ten eerste kan nagegaan worden of, en in welke mate, rekenproblemen veroorzaakt worden door een gebrekkige ontwikkeling van bepaalde codes. Het is uiteraard ook mogelijk dat de verschillende codes zelf wel goed ontwikkeld zijn, maar dat er iets misgaat bij de verbinding tussen de verschillende codes (Rouselle & Noël, 2007). Ten tweede kan nagegaan worden hoe beide modellen (het werkgeheugenmodel en het *triple code*-model) geïntegreerd kunnen worden; en wat dit kan betekenen voor zowel fundamenteel als toegepast onderzoek (bijv. onderwijs, validatie).

De tweede theorie die ook relevant is in het domein van de wiskundendidactiek is het Strategy Choice And Discovery Simulation (SCADS)-model van Shrager en Siegler (1998), waarop de studie van Luwel e.a. gebaseerd is. Volgens dit model zijn rekenopgaven niet enkel geassocieerd met oplossingen, maar ook met mogelijke strategieën. Wanneer een rekenopgave gepresenteerd wordt, worden verschillende strategieën geactiveerd en 'wint' de strategie met de grootste associatiesterkte. Zoals Luwel e.a. aantonen, verhoogt priming de associatiesterkte en dus ook de kans dat deze strategie geselecteerd wordt.

Alhoewel Gillard e.a. er niet expliciet naar verwijzen, zou het SCADS-model ook toegepast kunnen worden op hun resultaten. Gezien de frequente toepassing van heuristische strategieën op allerlei problemen is het logisch dat de heuristische strategie een grotere associatiesterkte heeft dan de analytische strategie. Automatisch kiest men dus vaker voor heuristische dan voor analytische strategieën, ook al zijn heuristische strategieën misschien niet het meest geschikt voor de desbetreffende rekenopgave.

Het selecteren van strategieën wordt in het SCAD-model beschouwd als een relatief eenvoudig proces dat géén beroep doet op metacognitie of het werkgeheugen. Daardoor is het moeilijker om dit model te integreren met de rode lijn doorheen de verschillende artikelen (i.e., het belang van executieve functies). Er werd reeds geopperd dat één van de recente componenten van het SCADS-model, namelijk het metacognitief systeem met de aandachtszoeker, gebruikt zou kunnen worden in de strategieselectie (Imbo, 2007). Dit zou betekenen dat het adaptief selecteren van strategieën – onder bepaalde omstandigheden – wél een beroep zou doen op het werkgeheugen, wat in het huidige SCADS model niet het geval is. Gelet op de sterke nadruk die de verschillende bijdragen lijken te leggen op executieve controle, kan het wisselen tussen verschillende strategieën ook gezien worden als een vorm van taakafwisseling (*shifting*) waarin *updating* van het taakdoel en inhibitie van de niet langer relevante taakrepresentatie eveneens betrokken executieve functies kunnen zijn (zie ook Luwel, Schillemans, Onghena, & Verschaffel, in druk).

3.3 Besluit

Het is zeer positief dat alle artikelen hun onderzoek hebben opgezet vanuit een theoretische achtergrond. Het model dat het meest naar voor kwam, was volgens ons het werkgeheugenmodel, en meer bepaald de executieve component hiervan. De rol van de verschillende werkgeheugencomponenten is het best te onderzoeken aan de hand van dubbel-taakexperimenten die steunen op selectieve interferentie – en alhoewel een dergelijk opzet niet vanzelfsprekend is bij kinderen, is

het zeker doenbaar (bijv. Imbo & Vandieren-donck, 2007). Ook verder onderzoek in het kader van de *triple code*-theorie en het SCADS-model oogt veelbelovend.

Aangezien de meeste artikelen het belang van executieve functies benadrukken, zijn de implicaties voor de praktijk duidelijk. Indien men wiskundige prestaties wenst te verbeteren, zijn er – ruw gesteld – twee mogelijkheden: 1) het verlagen van de cognitieve belasting, en 2) het verhogen van de werkgeheugencapaciteit. Wat betreft het verlagen van de cognitieve belasting, geven sommige auteurs reeds zelf een aantal praktische voorbeelden. Zo wordt het rekenen minder lastig als men voldoende tijd krijgt om de rekenopgaven op te lossen (Gillard e.a.) en als men niet afgeleid wordt door een overmatig gebruik van illustraties (Van Lieshout & Berends). Wat betreft de impact van een grote werkgeheugencapaciteit, is reeds aangetoond dat er grote individuele verschillen bestaan. Recent onderzoek leidde aan de hand van een aantal analysemethoden het uitdagende idee af dat executieve verschillen tussen mensen bijna volledig genetisch bepaald zijn (Friedman e.a., 2008). Zoals Friedman en collega's zelf aangeven, betekent dit echter niet dat het onmogelijk is om executieve vaardigheden te verbeteren aan de hand van een uitgekende training (bijv. Dowsett & Livesey, 2000; Rueda, Rothbart, McCandliss, Saccomanno, & Posner, 2005). Hierbij moet wel voldoende aandacht besteed worden aan de transfer van de training naar de desbetreffende cognitieve taak (rekenen) en naar andere executieve functies.

De bespreking van de verschillende modellen en theorieën was gefocust op de oorzaken (en het remediëren) van rekenfouten. We willen echter opmerken dat een goede rekenprestatie veel méér is dan enkel foutloos rekenen. Ook de snelheid waarmee tot de oplossing wordt gekomen is van belang. Traag rekenen is niet alleen hinderlijk in het dagdagelijkse leven; traagheid belemmert ook de ontwikkeling van correcte associaties tussen het probleem en de oplossing in het langetermijngeheugen. Naast de accuratesse en snelheid van strategiegebruik is tenslotte ook de strategiekeuze belangrijk. Zoals Luwel e.a. aanhalen, behoren ook de elegantie en de

originaliteit van de gehanteerde strategie tot de kwaliteit van een oplossing. Idealiter moet een theorie al de verschillende facetten van een goede rekenprestatie omvatten. Het is duidelijk dat bepaalde zaken (zoals snelheid, accuratesse, en strategiekeuze) makkelijker te modelleren zijn dan andere (zoals de elegantie en de originaliteit van een strategie). Toch mag – ook in het wiskundeonderwijs – niet voorbijgegaan worden aan de creativiteit en inventiviteit van leerlingen.

4 Conclusie

De artikelen in dit themanummer leggen allemaal een verband tussen cognitieve psychologie en wiskundendidactiek. Er werden een aantal onderzoeksvragen beantwoord maar er werden tegelijk veel nieuwe ideeën voor verder onderzoek aangebracht. Alhoewel interdisciplinair onderzoek geenszins eenvoudig is, is een opbouwende dialoog tussen de verschillende velden zeker nodig. Als ze er open voor staan, kunnen de cognitieve psychologie en het onderwijs veel van elkaar leren en veel voor elkaar betekenen. Wij sluiten af met drie tips: 1) probeer de experimentele methode bij elk onderzoek opzet zo goed mogelijk te implementeren, 2) ontwikkel onderzoek vanuit cognitieve theorieën en koppel de bekomen resultaten terug naar de theorieën van waaruit gestart werd, en 3) verlies nooit de mogelijke praktische toepassingen voor het wiskundeonderwijs uit het oog.

Literatuur

- Baddeley, A. D. (2000). The episodic buffer: A new component of working memory? *Trends in Cognitive Sciences*, 4, 417-423.
- Baddeley, A. D. (2002). Is working memory still working? *European Psychologist*, 7, 85-97.
- Baddeley, A. D., & Hitch, G. J. (1974). Working memory. In G. Bower (Ed.), *The Psychology of learning and motivation* (pp. 47-90). New York: Academic Press.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42.
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number pro-

- cessing. *Cognitive Neuropsychology*, 20, 487-506.
- Dowsett, S. M., & Livesey, D. J. (2000). The development of inhibitory control in preschool children: Effects of "executive skills" training. *Developmental Psychobiology*, 36, 161-174.
- Deschuyteneer, M., & Vandierendonck, A. (2005a). Are "input monitoring" and "response selection" involved in solving simple mental arithmetic sums? *European Journal of Cognitive Psychology*, 17, 347-370.
- Deschuyteneer, M., & Vandierendonck, A. (2005b). The role of response selection and input monitoring in solving simple arithmetic products. *Memory & Cognition*, 33, 1472-1483.
- Deschuyteneer, M., Vandierendonck, A., & Muylaert, I. (2006). Does solution of mental arithmetic problems such as 2+6 and 3x8 rely on the process of "memory updating"? *Experimental Psychology*, 53, 198-208.
- De Smedt, B., Reynvoet, B., Swillen, A., Verschaffel, L., Boets, B., & Ghesquière, P. (2009). Basic number processing and difficulties in single-digit arithmetic: Evidence from Velo-Cardio-Facial Syndrome. *Cortex*, 45, 177-188.
- Friedman, N. P., Miyake, A., Young, S. E., DeFries, J. C., Corley, R. P., & Hewitt, J. K. (2008). Individual differences in executive functions are almost entirely genetic in origin. *Journal of Experimental Psychology*, 137, 201-225.
- Imbo, I. (2007). *Strategy selection and strategy efficiency in mental arithmetic*. Dissertatie. Universiteit Gent, Gent, België.
- Imbo, I., & Vandierendonck, A. (2007). The development of strategy use in elementary school children: Working memory and individual differences. *Journal of Experimental Child Psychology*, 96, 284-309.
- Lee, K. M., & Kang, S. Y. (2002). Arithmetic operation and working memory: Differential suppression in dual tasks. *Cognition*, 83, B63-B68.
- Luwel, K., Schillemans, V., Onghena, P., Verschaffel, L. (in druk). Does switching between strategies within the same task involve a cost? *British Journal of Psychology*.
- Miyake, A., Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzki, A. H., & Howerter, A. (2000). The unity and diversity of executive functions and their contributions to complex "frontal lobe" tasks: A latent variable analysis. *Cognitive Psychology*, 41, 49-100.
- Rouselle, L., & Noël, M.-P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematical learning disabilities : A comparison of symbolic versus non symbolic magnitude processing. *Cognition*, 102, 361-395.
- Rueda, M. R., Rothbart, M. K., McCandliss, B. D., Saccomanno, L., & Posner, M. I. (2005). Training, maturation, and genetic influences on the development of executive attention. *Proceedings of the National Academy of Sciences, USA*, 102, 14931-14936.
- Shrager, J., & Siegler, R. S. (1998). SCADS: A model of children's strategy choices and strategy discoveries. *Psychological Science*, 9, 405-410.
- Siegler, R. S., & Araya, R. (2005). A computational model of conscious and unconscious strategy discovery. In R.V. Kail (Ed.), *Advances in child development and behavior* (Volume 33, pp. 1-42). New York: Academic Press.
- Vandierendonck, A., Szmalec, A., Deschuyteneer, M., & Depoorter, A. (2007). Towards a multicomponential view of executive control. The case of response selection. In N. Osaka, R. H. Logie & M. D'Esposito (Eds.), *The cognitive neuroscience of working memory* (pp. 247-259). Oxford: Oxford University Press.

Manuscript aanvaard: 9 september 2009

Auteurs

Ineke Imbo is als postdoctoraal onderzoeker verbonden aan de Vakgroep Experimentele Psychologie van de Universiteit Gent. **André van Dieendonck** is als gewoon hoogleraar verbonden aan deze vakgroep.

Correspondentie-adres: Ineke Imbo, Vakgroep Experimentele Psychologie, Universiteit Gent. Henri Dunantlaan 2, 9000 Gent, België. Email: Ineke.Imbo@UGent.be.

Abstract

Cognitive psychology and mathematics education: A discussion with methodological and theoretical comments

In this special issue, four studies on the psychology of mathematics learning and instruction are presented. In our discussion we critically reflect on the experiments that are presented in each paper: First from a methodological viewpoint, in which we compare experimental and quasi-experimental designs, and second from a cognitive psychological viewpoint, in which we focus on executive functions. We also discuss the causes and remedies of mathematical errors. Finally, ideas for further research and practical implications for mathematics learning and instruction are provided.