

Inhoud

Voorwoord	1
Het Griekse alfabet	3
1 Inleidende begrippen	4
1.1 Verzamelingen	5
1.2 Getallen	6
1.2.1 Natuurlijke, gehele en rationale getallen	6
1.2.2 Reële getallen	8
1.2.3 Deelverzamelingen van \mathbb{R}	9
2 Functies : algemene begrippen en voorbeelden	11
2.1 Relaties en functies	11
2.2 Reële functies van een reële veranderlijke	13
2.3 Grafische voorstelling van een functie	14
2.4 Enkele eigenschappen van functies en hun grafieken	16
2.4.1 Stijgende en dalende functies	16
2.4.2 Nulpunten, minima en maxima	17
2.4.3 Even, oneven, en periodieke functies	17
2.5 Enkele elementaire wiskundige functies	18
2.5.1 Lineaire functie	18
2.5.2 De kwadratische functie	19
2.5.3 Veeltermfuncties, rationale functies, en algebraïsche functies	20
2.5.4 Exponentiële en logaritmische functies	22
2.5.5 De goniometrische functies	24
2.5.6 De cyclometrische functies	27
2.6 Enkele klassieke functies uit de economie	28
2.6.1 Vraagfuncties	29

2.6.2	Aanbodfuncties	30
2.6.3	Toepassing : invloed van belastingen op het marktevenwicht	31
2.6.4	Toepassing : het spinnenwebmodel	34
3	Limieten en continuïteit	38
3.1	Limiet van een rij	38
3.2	Het getal e	41
3.3	Limieten van een functie f	43
3.3.1	Limiet van f in een punt	43
3.3.2	Limiet van f in $+\infty$ en $-\infty$	45
3.3.3	Linker- en rechterlimiet	46
3.3.4	Eenvoudige voorbeelden	47
3.3.5	Rekenregels voor limieten	48
3.3.6	Nog voorbeelden	50
3.4	Continuïteit van functies	52
3.4.1	Definitie van continuïteit	52
3.4.2	Gelijkmatige continuïteit	53
3.4.3	Eigenschappen van continuïteit	53
3.4.4	Stellingen over continuïteit	54
3.4.5	Continuïteit van elementaire functies	57
3.4.6	Nog twee speciale limieten	58
4	Afgeleiden en differentiaalrekening	60
4.1	Afgeleide van een functie	60
4.1.1	Afgeleide van een functie in een punt	60
4.1.2	Afgeleide van een functie in een interval	62
4.1.3	Differentiaal van een functie in een punt	63
4.1.4	Afgeleide functies in de economie	64
4.2	Enkele rekenregels voor afgeleiden	66
4.3	Afgeleiden van goniometrische en cyclometrische functies	69
4.3.1	De goniometrische functies	69
4.3.2	De cyclometrische functies	69
4.4	Afgeleiden van logaritmische en exponentiële functies, en toepassingen . . .	71
4.4.1	Berekenen van de afgeleiden	71
4.4.2	Logaritmische coördinatenstelsels	72
4.5	Elasticiteit van een functie	74

4.5.1	Definitie van elasticiteit	74
4.5.2	Eigenschappen van elasticiteit	77
4.5.3	Toepassingen van elasticiteit in de economie	79
4.5.4	De formules van Amoroso-Robinson	84
4.6	Stellingen over afgeleiden	85
4.6.1	De stelling van Rolle	85
4.6.2	De middelwaardestellingen van Lagrange en Cauchy	85
4.6.3	De stelling van Taylor	87
4.6.4	Stellingen over monotone functies	89
4.7	Berekening van limieten in onbepaalde gevallen	90
4.7.1	De regel van de L'Hospital	90
4.7.2	Uitbreiding van de regel van de L'Hospital	91
4.7.3	Nog enkele onbepaalde gevallen	92
4.8	Tabel van afgeleiden en rekenregels	92
5	Onderzoek van functies	94
5.1	Algemene eigenschappen	94
5.2	Asymptotisch gedrag van een functie	96
5.2.1	Horizontale asymptoten	96
5.2.2	Verticale asymptoten	97
5.2.3	Schuine asymptoten	98
5.3	Gebruik van de eerste afgeleide	99
5.4	Gebruik van de tweede afgeleide	101
5.5	Enkele voorbeelden	104
5.6	Verband tussen totale, gemiddelde, en marginale waarden	107
5.7	Toepassingen in de economie	108
5.7.1	Optimalisatie van de winst	108
5.7.2	Optimalisatie van de belastingsopbrengst	110
5.7.3	Modellen van voorraadbeheer	112
6	Integraalrekening	116
6.1	De bepaalde integraal	116
6.1.1	Integraal van een begrensde of een continue functie	116
6.1.2	Eigenschappen van bepaalde integralen	119
6.2	De onbepaalde integraal	121
6.2.1	Primitieve functies	121

6.2.2	Onbepaalde integraal van een continue functie	121
6.3	Integratiemethoden	123
6.3.1	Onmiddellijke integratie	123
6.3.2	Substitutie	123
6.3.3	Partiële integratie	125
6.4	Integratie van rationale functies	126
6.4.1	Ontbinding in partieelbreuken	127
6.4.2	Integratie van rationale functies	128
6.5	Oneigenlijke integralen	129
6.5.1	Integratie over een oneigenlijk interval	130
6.5.2	Integratie over een niet-gesloten interval	131
6.6	Toepassing in de economie	132
6.6.1	Consumentensurplus en producentensurplus	132
6.6.2	Kapitaliseren	133
6.6.3	Groefuncties	135
6.7	Tabel van integralen en rekenregels	138
7	Reeksen	140
7.1	Getallenreeksen	140
7.1.1	Definitie van oneindige reeks	140
7.1.2	Meetkundige reeksen	142
7.1.3	Een convergentie-eigenschap	142
7.2	Reeksen met positieve termen	143
7.2.1	Integraaltest	144
7.2.2	De limiettest	145
7.2.3	Criterium van Cauchy (worteltest)	146
7.2.4	Criterium van d'Alembert (ratiotest)	146
7.3	Absoluut convergente en alternerende reeksen	147
7.4	Machtsreeksen	149
7.5	Taylor-reeks van een functie	152
7.6	Toepassingen in de economie	154
8	Lineaire stelsels, matrices, en determinanten	156
8.1	Lineaire stelsels en lineaire modellen	156
8.1.1	Voorbeeld : belastingsvoordeel bij een gift	157
8.1.2	Lineaire productiemodellen	158

8.1.3	Een Markov-model voor tewerkstelling	160
8.2	Oplossen van lineaire stelsels	161
8.3	Elementaire rij-operaties in de coëfficiëntenmatrix	164
8.4	Stelsels met veel of geen oplossingen	166
8.5	Eigenschappen over het aantal oplossingen van een stelsel	169
8.6	Matrixalgebra	173
8.6.1	Optelling en scalaire vermenigvuldiging	173
8.6.2	Matrixvermenigvuldiging	174
8.6.3	De getransponeerde	176
8.6.4	Een lineair stelsel in matrixvorm	177
8.7	Speciale matrices	177
8.8	Elementaire matrices	179
8.9	Inverse van een vierkante matrix	180
8.10	Input-outputmatrices	184
8.11	Determinanten	187
8.12	Eigenschappen van determinanten	191
8.13	Toepassingen van determinanten	195
8.13.1	De adjuncte matrix	195
8.13.2	De regel van Cramer	196